

高雄市立新莊高中



自主學習

Desmos函數方程式畫圖

組員：

205 17 李知易

206 25 陳恩言

中華民國 一百一十一年 六月

目錄

壹、動機

貳、目標

參、工具介紹

肆、繪製方式

伍、方程式介紹

一、直線方程式

二、二次函數

三、三次函數

四、圓方程式

五、橢圓方程式

陸、伸縮與平移運用及繪製技巧

柒、方程式取範圍

捌、成果

玖、心得感想

壹、動機

高一數學課時，數學老師向我們介紹了一個可以繪製方程式圖形的軟體—Desmos，後來代課老師也有給我們看了 Desmos 繪圖比賽的作品，深受震撼，沒想到用方程式也能畫出各式各樣的圖，因此我們想親自嘗試。

貳、目標

利用Desmos繪製出魘的立繪，並在過程中更加熟悉各種方程式的運用，以及探索繪製技巧。



參、工具介紹

Desmos:

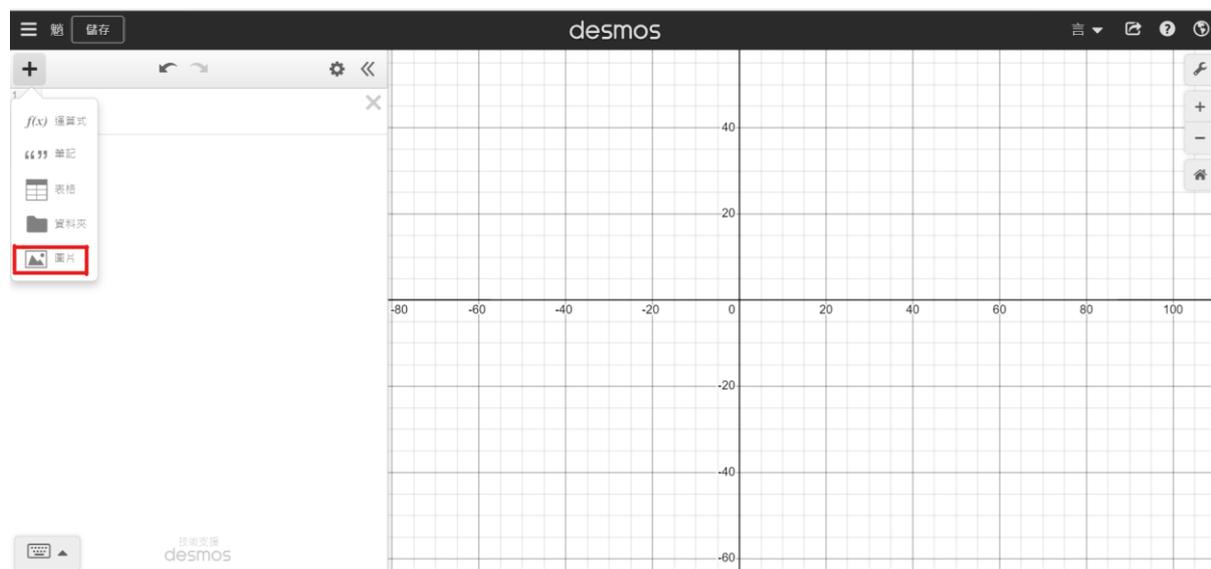
一款由Desmos studio公司開發的繪圖計算器軟體，只要輸入特定方程式，就可以得到相應的線條或圖形，主要作為教學工具使用，幫助世界各地的學生學習各種類型的方程式圖形。



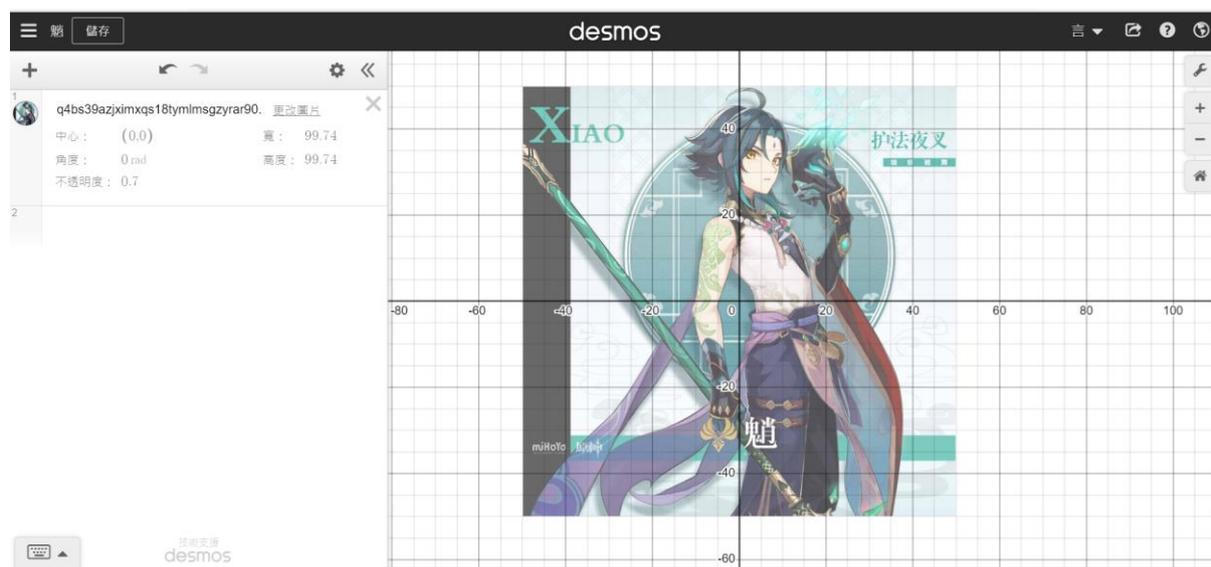
肆、繪製方式

步驟一：

開啟Desmos，點開左上方開啟Desmos，點開左上方加號 $+$ (圖一)將想要臨摹的圖片作為底圖嵌入(圖二)，可調整底圖透明度以方便觀察。



▲(圖一)



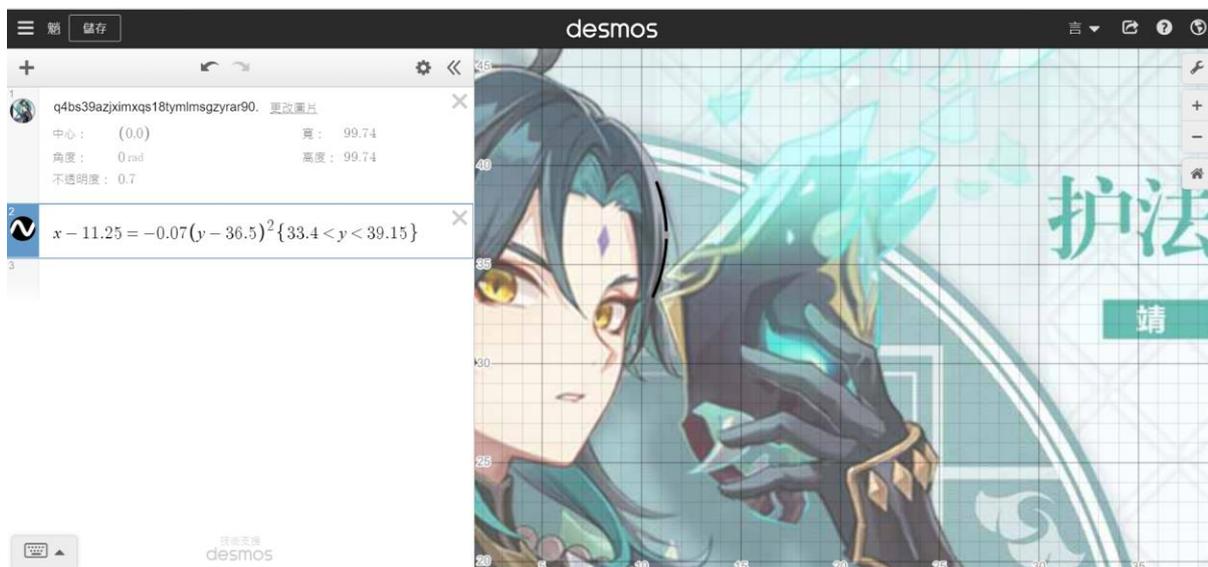
▲(圖二)

步驟二：

先觀察該線條可以用哪種方程式繪製，選出最適合的方程式(圖三)，找出線的基準點，可利用滑鼠滾輪放大觀察，最後利用大括號「{ }」取和底圖重疊的範圍(圖四)。



▲(圖三)

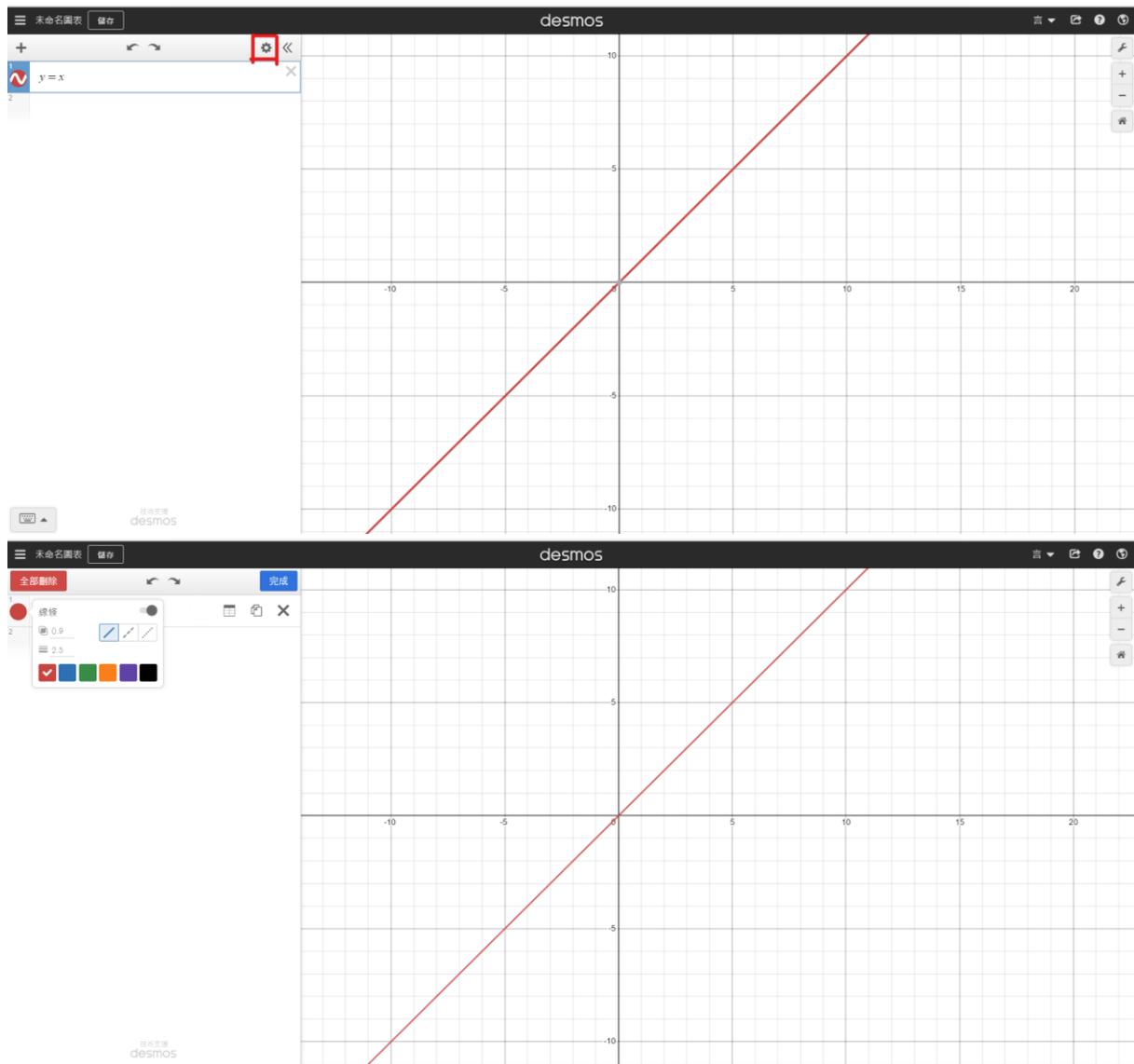


▲(圖四)

步驟三：

重複「步驟二」，繪製出所有線條。

而如果要換線條的顏色，只需要點選編輯列表右上設定鍵^{⚙️}，就可以調整線條種類、顏色、透明度和粗細。



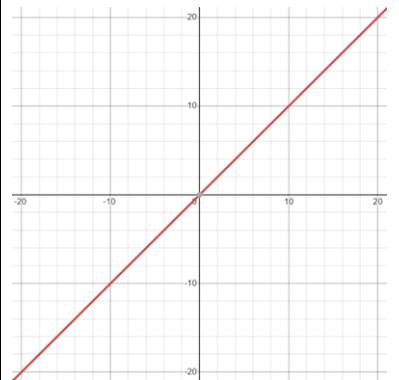
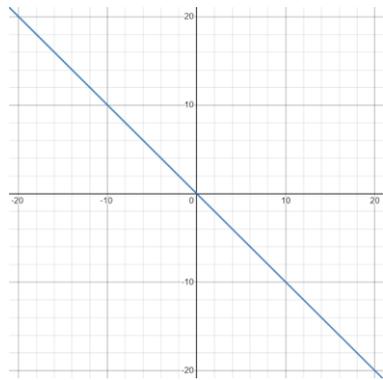
伍、方程式介紹

一、直線方程式：

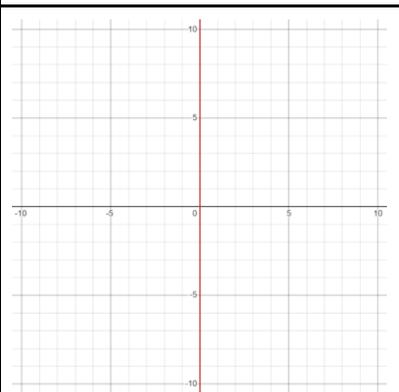
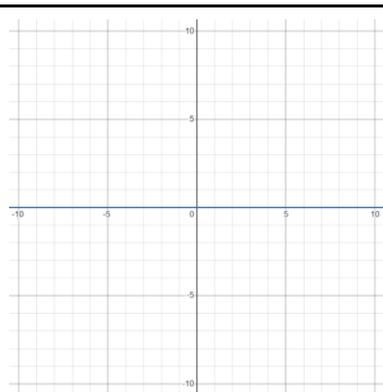
在繪製函數圖形時，為了方便改動函數形狀或位置，我們以一般的直線標準式，加以調整出另外一種寫法使得製作效率能夠更高，轉換不同種類的方程式也能更有效率，以下是改版後的方程式。

$$(y-b)=m(x-a)$$

在此直線方程式中， m 代表的是直線的斜率，改動斜率的大小能夠呈現出不同傾斜程度。

	$m>0$	$m<0$
範例	$(y)=1(x)$	$(y)=-1(x)$
範例圖		

而如果要繪製豎直線或水平線，就可以直接打 $x=a$ 或 $y=b$ ，其中 a 、 b 為任意實數。

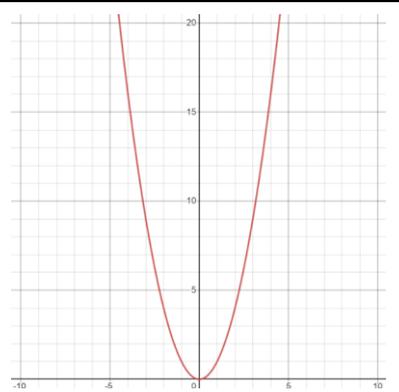
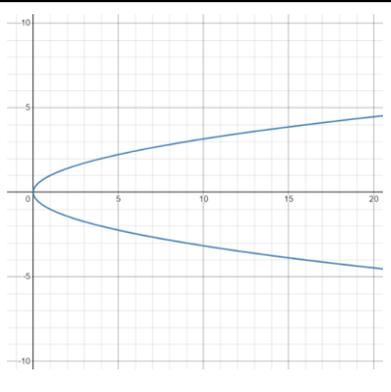
	$x=a$	$y=b$
範例	$x=0$	$y=0$
範例圖		

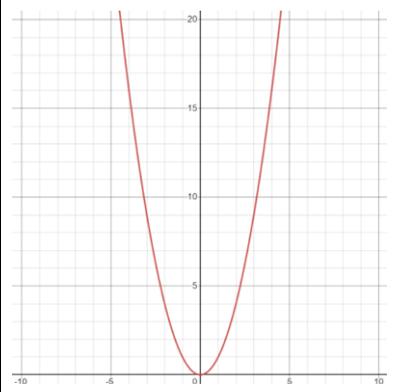
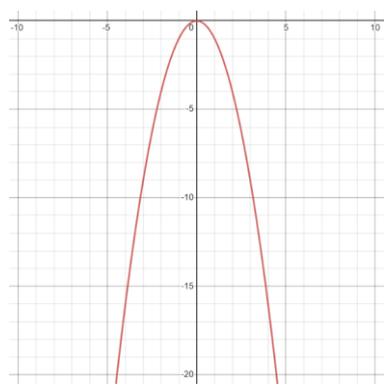
二、二次函數

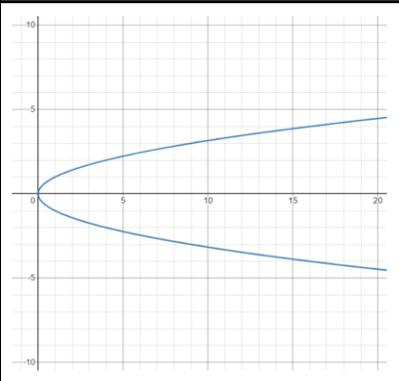
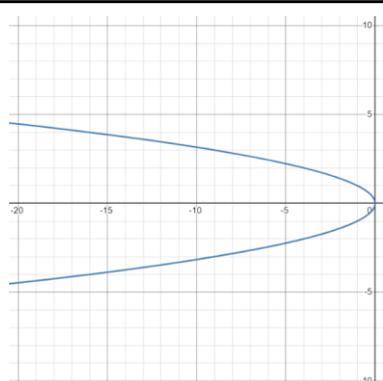
$$(y-h)=a(x-k)^2$$

$$a(y-h)^2=(x-k)$$

在此二次函數方程式中， a 的功能是改變開口方向或大小，而 (h,k) 是頂點。二次函數主要負責大部分曲線，特色是切線斜率向外越來越大，比較適合。

	$(y-h)=a(x-k)^2$	$a(y-h)^2=(x-k)$
開口方向	上下開口	左右開口
範例	$(y)=1(x)$	$(y)=-1(x)$
範例圖		

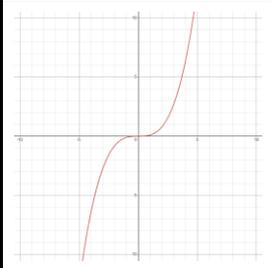
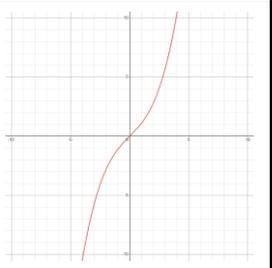
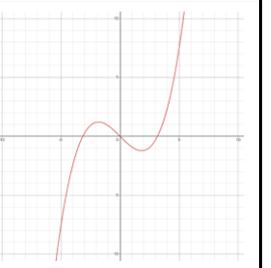
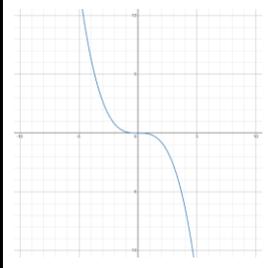
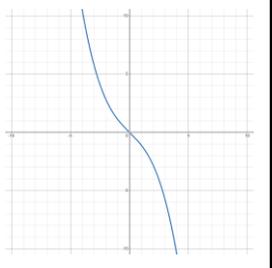
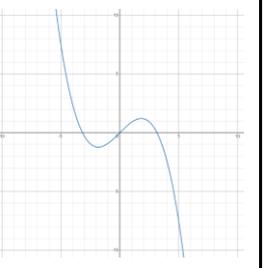
$(y-h)=a(x-k)^2$	$a>0$	$a<0$
開口方向	向上	向下
範例	$(y)=1(x)$	$(y)=-1(x)$
範例圖		

$a(y-h)^2=(x-k)$	$a>0$	$a<0$
開口方向	向右	向左
範例圖		

三、三次函數

$$(y-k)=a(x-h)^3+p(x-h)$$

中心點： (h,k)

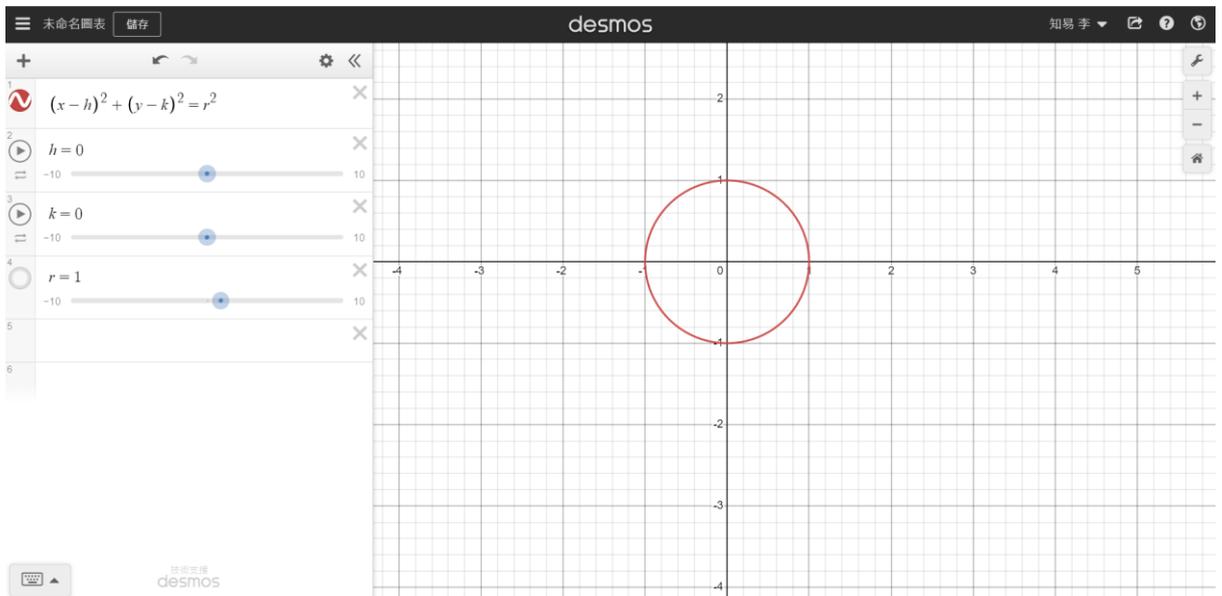
	$ap=0$	$ap>0$	$ap<0$
$a>0$			
$a<0$			

四、圓方程式

$$(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$$

中心點： (h,k)

半徑： r



五、橢圓方程式

$$(x-h)^2/a^2+(y-k)^2/b^2=1$$

中心點： (h,k)

橫軸半徑： a

縱軸半徑： b

$(x-h)^2/a^2+(y-k)^2/b^2=1$	$a>b$	$b>a$
範例圖		

陸、伸縮與平移運用及繪製技巧

在找出線的基準點與適合該線段的方程式後，我們需要利用伸縮與平移來進行調整，讓我們的方程式能完全重疊底圖該線段。

一、直線方程式

運用：

一般直線方程式是以原點(0,0)為基準點，並以 m 為該線的斜率。但是在畫圖時，為了方便調整斜率，會先找出位於底圖線段上的基準點來列出直線方程式。於是將原直線方程式原直線方程式 $y=mx$ 改為 $(y-b)=m(x-a)$ ，代表將該線段向右(左)平移再向上(下)平移，變成以 (a,b) 為基準點的線段。

$(y\pm b)=m(x\pm a)$	-a	+a	-b	+b
意義	向右平移a單位	向左平移a單位	向上平移b單位	向下平移b單位

二、二次函數

運用：

同直線方程式。

$(y\pm h)=a(x\pm k)^2$	-k	+k	-h	+h
意義	向右平移k單位	向左平移k單位	向上平移h單位	向下平移h單位
$a(y\pm h)=(x\pm k)^2$	-k	+k	-h	+h
意義	向右平移k單位	向左平移k單位	向上平移h單位	向下平移h單位

▲開口向上(下)與開口向右(左)的二次函數，其 $(\pm)h$ 、 k 代表的意義相同。

三、三次函數

運用：

同直線方程式。

$(y\pm k)=a(x\pm h)^3+p(x\pm h)$	-h	+h	-k	+k
意義	向右平移	向左平移	向上平移	向下平移

	h單位	h單位	k單位	k單位
--	-----	-----	-----	-----

四、圓方程式

運用：

同直線方程式。

$(x\pm h)^2+(y\pm k)^2=r^2$	-h	+h	-k	+k
意義	向右平移h 單位	向左平移h 單位	向上平移k 單位	向下平移k 單位

五、橢圓方程式

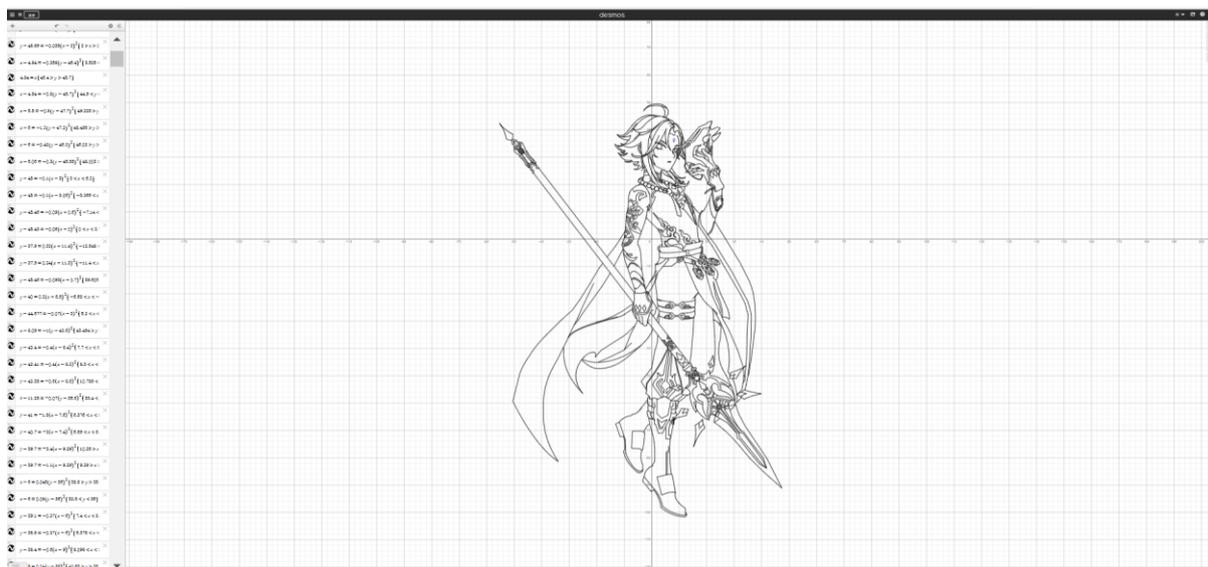
運用：

同直線方程式。

$(x\pm h)^2/a^2+(y\pm k)^2/b^2=1$	-h	+h	-k	+k
意義	向右平移 h單位	向左平移 h單位	向上平移 k單位	向下平移 k單位

捌、成果





上面所展示的人叫做魓，為原神(一款遊戲)中的角色，由於我們都有玩這款遊戲，且非常喜歡其角色設定和外表，我們希望能把學習和興趣結合，把喜歡的角色繪製出來，在這次的自主學習中，我們一共繪製了2180條線條，也就是2180個方程式，加上課外時間一共至少約54小時來繪製。

[魓 \(desmos.com\)](https://www.desmos.com)

玖、心得感想

原本以為這個軟體只是用於一般教育中，沒想到竟然可以用於創作與繪圖，這次Desmos畫圖的過程中，一開始我們花了很多時間來熟悉各種方程式，大概平均每2.5小時只能做出60~70條方程式，但後來經過大量使用後，我們越來越熟悉，速度也越來越快，變成每2.5小時可以做出80~100條方程式。

我們在繪製的過程中也有遇到許多瓶頸，像是因為角色立繪會切到部分部位或文字檔到而無法繪製某些部分，但是後來經過多方尋找各式圖片且相對比較後，將相似的部分藉由截圖工具截取並嵌入至Desmos，再進行拼接，最後終於完成所有部分。

這次的自主學習，難度並不是到非常高，但是非常耗時耗心力，繪製圖中，由於圖形過於細緻且複雜，我們多次害怕在期限無法繪製完成，最後透過應用假日以及課外時間，終於在自主學習競賽繳交期限前完成。

在看到全球Desmos繪圖比賽獲獎作品後，發現我們還有許多進步空間，像是Desmos中還有許多我們不知道的功能，例如：polygon、rgb……等實用功能。更進階的還可以實現動畫化或製作互動遊戲，使我們受到震撼教育，了解人外有人，天外有天。希望如果有機會，還能繼續深入使用、了解Desmos功能，並創作出更好的作品。